

MATEMÀTICA EMPRESARIAL I

Exercicis del tema 1: Àlgebra lineal: vectors.

- El vector $(1, 5, -2) \in \mathbb{R}^3$ és combinació lineal de:
(a) $\{(1, -3, 0), (2, -8, 2)\}$, (b) $\{(1, 0, -1), (0, 5, 2)\}$,
(c) $\{(0, 1, -2), (1, 4, 1)\}$, (d) cap de les anteriors.
- Per a quins valors del paràmetre μ el vector $(-1, \mu, 4)$ és combinació lineal dels vectors $\{v_1 = (1, -1, 1), v_2 = (2, 0, -1)\}$
(a) Per a qualsevol valor $\mu \in \mathbb{R}$, (b) $\mu = -7$,
(c) Per a qualsevol valor $\mu \neq -7$ (d) cap de les anteriors.
- Per a quins valors del paràmetre μ el vector $(1, \mu)$ és combinació lineal dels vectors $\{v_1 = (1, 2), v_2 = (2, 1)\}$
(a) Per a qualsevol valor $\mu \in \mathbb{R}$, (b) per a cap valor $\mu \in \mathbb{R}$,
(c) només per a $\mu = 0$, (d) cap de les anteriors.
- Expressem el vector $v = (1, 4, -2)$ com a combinació lineal dels vectors:

$$\{v_1 = (0, 2, 1), v_2 = (2, 3, 1), v_3 = (1, 1, 2)\}$$

i llavors podem assegurar:

- no és possible, ja que no és un sistema de vectors linealment independents,
 - hi ha infinites combinacions lineals possibles,
 - podem escriure $v = v_1 + v_2 - v_3$,
 - cap dels anteriors.
- Donat el conjunt de vectors $\{(a, 1, 1), (1, a, 1), (1, 1, a)\}$, aleshores
(a) són linealment independents sempre que $a \neq 1$,
(b) formen base de \mathbb{R}^3 per a tot valor d' a ,
(c) mai són linealment independents,
(d) formen base de \mathbb{R}^3 per a $a = 2$.
 - Quin dels següents conjunts de vectors és una base de \mathbb{R}^3 ?
(a) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0)\}$, (b) $\{(0, -1, -2), (0, 1, 2), (0, 9, -11)\}$,
(c) $\{(-2, 1, -2), (1, 1, 1), (0, 3, 0)\}$, (d) cap dels anteriors.
 - Indica quins dels següents conjunts està format per vectors ortogonals al vector $(1, 5, -2)$:
(a) $\{(15, -3, 0), (2, 0, 1)\}$, (b) $\{(1, -1, -2), (0, 1, 2)\}$,
(c) $\{(-2, 1, -2), (1, 1, 1)\}$, (d) cap dels anteriors.

8. Indica quin dels següents vectors és ortogonal al vector $(2, 4, -1, 1)$:
- (a) $(1, -2, 0, 3)$, (b) $(0, 0, 0, 0)$, (c) $(2, -1, 1, 1)$, (d) cap dels anteriors.
9. Considerem els següents vectors de \mathbb{R}^3 : $u = (-1, 3, 8)$ i $v = (2, -1, 14)$. Llavors el vector unitari i ortogonal a ells serà:
- (a) només hi ha un, que és $(1, 0, 0)$,
- (b) hi ha dues possibilitats, i una d'elles és $\frac{1}{\sqrt{137}} \cdot (10, 6, -1)$,
- (c) hi ha dues possibilitats, i una d'elles és $\frac{1}{\sqrt{27}} \cdot (-5, 1, -1)$,
- (d) cap de les afirmacions anteriors és correcta.
10. L'equació del pla de \mathbb{R}^3 que passa pel punt $P(1, 1, 1)$ i té com a vector normal (perpendicular al pla) el vector $n = (2, -1, 1)$ és:
- (a) $x + y + z = 2$, (b) $2x - y + z = 2$,
(c) $x - y + z = 1$, (d) cap dels anteriors.
11. Calculeu l'equació de la recta que passa pel punt $a = (1, -1, -2)$ i té per direcció la direcció del vector $v = (2, 0, 1)$.
12. La recta que passa pels punts $a = (2, 1, 0, 3)$ i $b = (-1, 3, 1, 4)$ NO té per equacions:
- (a) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1 - t)(2, 1, 0, 3) + t(-1, 3, 1, 4)$
(b) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2, 1, 0, 3) + t(-1, 3, 1, 4)$
(c) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2, 1, 0, 3) + t(-3, 2, 1, 1)$
(d) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = t(3, -2, -1, -1) + (-1, 3, 1, 4)$
13. Donada la recta L per les equacions $x = t + 2$, $y = -t - 1$, $z = 2t - 2$
- (i) Quin dels següents punts pertany a la recta L :
(a) $(2, -1, 0)$ (b) $(1, 0, -4)$ (c) $(4, -3, 6)$ (d) Cap dels anteriors.
- (ii) La direcció de la recta L ve donada pel vector:
(a) $(2, -1, -2)$ (b) $(1, -1, 2)$ (c) $(1, 1, 1)$ (d) Cap dels anteriors.
- (iii) L'equació del pla que passa per $a = (1, 0, -4)$ i és ortogonal a L és:
(a) $x - y + 2z = -7$ (b) $x + y + z = -3$ (c) $x - y + 2z = 9$ (d) Cap dels anteriors.
- (iv) El punt en que la recta L talla al pla $x + 2y + z = 1$ és:
(a) $(2, -1, -2)$ (b) $(1, 0, -4)$ (c) $(5, -4, 4)$ (d) Cap dels anteriors.
14. El punt $a = (1, 2, -3)$ NO pertany al pla
(a) $x - y + 2z = -7$ (b) $x + y + z = -3$ (c) $2x - y + z = -3$ (d) $-x - y + 2z = -9$.
15. Calculeu l'equació de la recta que passa per $a = (1, 2, -3)$ i és perpendicular al pla $2x - y + z = -3$

Soluciones als exercicis del tema 2

1. *(d)*
2. *(d)*
3. *(a)*
4. *(d)*
5. *(d)*
6. *(d)*
7. *(a)*
8. *(c)*
9. *(b)*
10. *(b)*
11. $(x, y, z) = (1, -1, -2) + t(2, 0, 1)$ o bé $x = 1 + 2t$, $y = -1$, $z = -2 + t$.
12. *(b)*
13. (i) *(b)*
(ii) *(b)*
(iii) *(a)*
(iv) *(c)*
14. *(b)*
15. $(x, y, z) = (1, 2, -3) + t(2, -1, 1)$ o bé $x = 1 + 2t$, $y = 2 - t$, $z = -3 + t$.